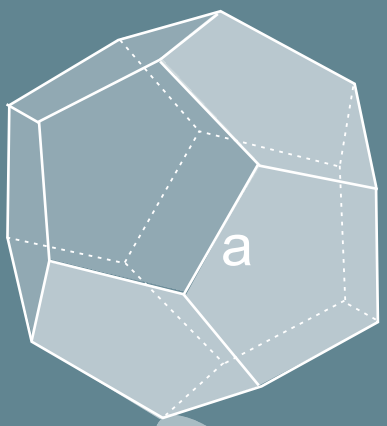


PLANIMETRIA I STEREOMETRIA

WWW.MEGAMATMA.PL

MEGAMATMA®

Wydawca: MegaWiedza sp. z o.o.
e-mail: biuro@megamatma.pl
Redakcja Merytoryczna: dr Alicja Molęda

"Przedruk materiałów opublikowanych w niniejszym e-book chroniony jest prawem autorskim. Bez pisemnej uprzedniej zgody Wydawcy zakazuje się jakichkolwiek publikacji, dalszych przedruków, rozpowszechniania, udostępniania poza wskazanym portalem, publikowania w dowolnej formie fragmentów opracowania.
Zakaz ten nie dotyczy cytowania publikacji z powołaniem się na źródło."

MegaMatma.pl® jest serwisem firmy Megawiedza Sp. z o.o., Dobroń 95-082, ul. Zakrzewki 21a, NIP: 731 201 22 93, Regon 100772001, Sąd Rejonowy w Łodzi, XX Wydział Krajowego Rejestru Sądowego, KRS 0000340315, kapitał zakładowy 33.000zł

ISBN 978-83-63410-08-7

MEGAMATMA®

Drogi Czytelniku,

Jeśli masz w ręku (...w komputerze ;)) matematyczny ebook **MEGAMATMA.PL** to znaczy, że poszukujesz wiedzy z matematyki na wysokim poziomie merytorycznym i potrzebujesz jej do pracy, nauki czy pomocy innym.

KUPIŁEŚ TEN EBOOK !

Zatem należysz do grupy ludzi, którym nieobce są nowe technologie, którzy korzystają z tabletów i smartfonów, a pozyskują wiedzę poprzez Internet czy publikacje multimedialne.

W odpowiedzi na Twoje potrzeby i tysięcy innych osób na świecie, w 2010r. powstał serwis matematyczny **MEGAMATMA.PL**

To innowacyjna strona internetowa z największą bazą wiedzy matematycznej od szkoły podstawowej, poprzez gimnazjum, szkołę średnią i studia. Nie potrzebujesz już podręczników, zbiorów zadań i masy papierowych książek. W jednym miejscu na stronie www.megamatma.pl znajdziesz całą wiedzę z matematyki potrzebną w szkole i na pierwszych latach studiów.

Wszystkie treści w MegaMatmie są tworzone przez nauczycieli, egzaminatorów i pracowników naukowych, recenzowane przez rzeczoznawcę MEN i dostosowane do nowej podstawy programowej. W MegaMatmie znajdziesz pełne opracowania zagadnień teoretycznych w oparciu o przykłady i zadania z rozwiązaniami. Do każdego tematu zestawy klasówek i testów (z rozwiązaniami), a wśród nich arkusze maturalne i arkusze gimnazjalne. Dodatkowo możesz korzystać z zestawów Wzorów, Słownika i Kącika MM.

Wysoka jakość merytoryczna treści **MEGAMATMA.PL** została doceniona przez dziesiątki tysięcy uczniów, tysiące nauczycieli i profesorów matematyki, a uwieńczeniem tego jest zaufanie Uniwersytetu Łódzkiego, który to udzielił serwisowi Patronatu Merytorycznego.

Z serwisu **WWW.MEGAMATMA.PL** możesz korzystać poprzez Internet, zarówno z części bezpłatnej, jak i bardzo obszernej części płatnej.
Jeśli nie masz w danej chwili dostępu do Internetu, możesz kupować nasze publikacje w postaci ebooków, których oferta cały czas się rozszerza.

Mamy nadzieję, że nauka z serwisem i ebookami MegaMatma.pl będzie dla Ciebie wsparciem i pomoże w osiąganiu wymarzonych celów.

Redakcja **MEGAMATMA.PL**

" Planimetria i stereometria "

Autor: dr Alicja Molęda

Wydawca: Megawiedza sp. z o.o.

Styczeń 2012

MEGAMATMA®

SPIS TREŚCI

Symbole i oznaczenia matematyczne 1

WIADOMOŚCI PRAKTYCZNE

Alfabet grecki 11
Przedrostki jednostek 12
Polskie nazwy potęg liczby 10 13
Długość, pole powierzchni 14
Objętość, pojemność, masa 15
Czas, temperatura 16
Kąt, pamięć komputera 17
Cechy podzielności liczb naturalnych 18

LOGIKA MATEMATYCZNA

Wartości logiczne zdań 19
Zamknięty układ twierdzeń 19
Prawa rachunku zdań 20

ALGEBRA ZBIORÓW

Rachunek zbiorów 21
Graficzna interpretacja działań na zbiorzch 22

GEOMETRIA PŁASZCZYZNY (PLANIMETRIA)

Proste 23
Kąty 24
Tales 25
Dwusieczna, symetralna 26
Kąty w kole 26
Wielokąty 27
Wielokąty foremne - wzory 29
Czworokąty 30
Trójkąty 32
Okręgi 36
Figury zawarte w kole - wzory 38

GEOMETRIA PRZESTRZENIE (STEREOMETRIA)

Proste, kąty i płaszczyzny w przestrzeni 39
Wielościany 40
Bryły platońskie - wzory 41
Wielościany - wzory 42
Bryły obrotowe 43

PRZEKSZTAŁCENIA GEOMETRYCZNE

Przekształcenia izometryczne 45
Przekształcenia nieizometryczne 45

TABELE

Stałe matematyczne i ich odwrotności 48
Zamiana stopni na radiany i odwrotnie 49

SYMBOLE I OZNACZENIA MATEMATYCZNE

SYMBOL	ZNACZENIE
$°; deg$	stopień kątowy
$'$	minuta kątowa; stopa
$''$	sekunda kątowa; cal
rad	radian
$=$	znak równości; równa się
$+$	znak dodawania; plus
$-$	znak odejmowania; minus
$\cdot$	znak mnożenia
$:$	znak dzielenia; może być zastąpiony kreską ułamkową
Σ	znak sumy
Π	znak iloczynu
$\neq$	nie równa się; jest różne
$\approx$	równy w przybliżeniu
$>$	większe
$\geq$	nie mniejsze
$<$	mniejsze
$\leq$	nie większe
$a:b$	stosunek liczby ***a*** do liczby ***b, a i b*** $\neq$ ***0***
$a \mid b$	***a*** jest dzielnikiem ***b***
$a \nmid b$	***a*** nie jest dzielnikiem ***b***
a^m	***m-ta*** potęga liczby ***a***
$\sqrt{a}$	pierwiastek kwadratowy z ***a***
$\sqrt[3]{a}$	pierwiastek sześcienny z ***a***

MEGAMATMA®

SYMBOL	ZNACZENIE
$\sqrt[n]{a}$	pierwiastek ***n - tego*** stopnia z liczby ***a***
$\|x\|$	wartość bezwzględna liczby rzeczywistej ***x***; moduł ***x***
$[x]$	całość z ***x***; cecha liczby ***x***
$NWD(a,b)$	największy wspólny dzielnik liczb ***a*** i ***b***
$NWW(a,b)$	najmniejsza wspólna wielokrotność liczb ***a*** i ***b***
$\sin\alpha$	sinus alfa
$\cos\alpha$	kosinus alfa
$tg\ \alpha\ (\tan\alpha)$	tangens alfa
$ctg\ \alpha\ (\cot\alpha)$	kotangens alfa (cotangens alfa)
$arcsin\,x\ (sin^{-1}x)$	arkus sinus ***x*** (odwrotna do funkcji sinus)
$arccos\,x\ (cos^{-1}x)$	arkus kosinus ***x*** (odwrotna do funkcji cosinus)
$arctg\ x\ (\tan^{-1}x)$	arkus tangens ***x*** (odwrotna do funkcji tangens)
$arcctg\ x\ (\cot^{-1}x)$	arkus kotangens ***x*** (odwrotna do funkcji cotangens)
$\sinh x$	sinus hiperboliczny ***x***
$\cosh x$	kosinus hiperboliczny ***x***
$tgh\ x\ (\tanh x)$	tangens hiperboliczny ***x***
$ctgh\ x\ (\coth x)$	kotangens hiperboliczny ***x***
$cosec\ x\ (\csc x)$	kosekans (cosecans ***x***)
$\sec x$	sekans (secans ***x***)
$p \wedge q$	koniunkcja; ***p*** i ***q***
$p \vee q$	alternatywa; ***p*** lub ***q***
$p \veebar q$	alternatywa wykluczająca; ***p*** albo ***q***
$\sim p; \neg p$	zaprzeczenie zdania ***p***; negacja ***p***; nieprawda, że ***p***
$p \Rightarrow q$	implikacja; jeżeli ***p***, to ***q***
$p \Leftrightarrow q; p \equiv q$	równoważność; ***p*** wtedy i tylko wtedy, gdy ***q***

MEGAMATMA®

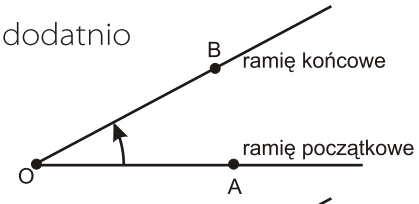
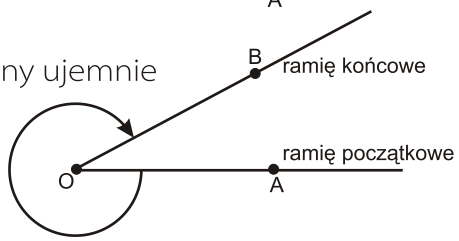
SYMBOL	ZNACZENIE
$\bigwedge_x$; $\bigvee_x$	kwantyfikator duży (ogólny); dla każdego ***x***
$\bigvee_x$; $\exists_x$	kwantyfikator mały (szczegółowy); istnieje takie ***x***
$a \in A$	element ***a*** należy do zbioru ***A***
$a \notin A$	element ***a*** nie należy do zbioru ***A***
$\{a, b\}$	zbiór elementów ***a*** i ***b***
$\{x: \varphi(x)\}$	zbiór tych elementów ***x***, które spełniają warunek ***φ(x)***
$A \times \mathrm{B}$	iloczyn kartezjański zbiorów ***A*** i ***B***; produkt zbiorów ***A*** i ***B***
X^2	iloczyn kartezjański ***X*** x ***X***
$A \div B$	różnica symetryczna zbiorów ***A*** i ***B***
$A \subset B$	zbiór ***A*** jest podzbiorem zbioru ***B***; zbiór ***A*** zawiera się w zbiorze ***B***; zdarzenie ***A*** pociąga za sobą zdarzenie **B**
$A = B$	zbiory ***A*** i ***B*** są równe; zdarzenia ***A*** i ***B*** są identyczne
$A \cup B$	suma zbiorów ***A*** lub ***B*** ; zaszło zdarzenie ***A*** lub ***B***
$A \cap B$	iloczyn zbiorów ***A*** i ***B***; część wspólna zbiorów ***A*** i ***B***; zaszło zdarzenie ***A*** i ***B***
$A - B$; $A \setminus B$	różnica zbiorów ***A*** i ***B***; zaszło zdarzenie ***A***, a nie zaszło zdarzenie ***B***
$\emptyset$	zbiór pusty; zdarzenie niemożliwe
A'	dopełnienie zbioru ***A***; obraz punktu ***A*** w przekształceniu geometrycznym; zdarzenie przeciwne do zdarzenia ***A***

MEGAMATMA®

SYMBOL	ZNACZENIE
$\omega \in A$	zdarzenie elementarne ω sprzyja zdarzeniu ***A***
Ω	zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych; zdarzenie pewne
$P(A)$	prawdopodobieństwo zdarzenia ***A***
(Ω, P)	przestrzeń probabilistyczna
$P_{n,k};\ P_n(k);\ P(S_n = k)$	prawdopodobieństwo uzyskania ***k*** sukcesów w schemacie ***n*** prób Bernoulliego, ***k∈ {0,1,...,n}***
$P(A/B)\ ;\ P(A \mid B)$	prawdopodobieństwo warunkowe; prawdopodobieństwo zdarzenia ***A*** pod warunkiem, że zaszło zdarzenie ***B***
$P(X = k)$	funkcja prawdopodobieństwa zmiennej losowej ***X*** o rozkładzie dwumianowym
$\bar{\bar{A}};\ \lvert A\rvert$	moc zbioru ***A***; liczba elementów zbioru skończonego ***A***
N	zbiór liczb naturalnych
$C; Z$	zbiór liczb całkowitych
$W; Q$	zbiór liczb wymiernych
$NW; IW$	zbiór liczb niewymiernych
R	zbiór liczb rzeczywistych
$(X,*)$	działanie $*$ jest wykonalne w zbiorze ***X***; $*$ jest działaniem w zbiorze ***X***
	przedziały ograniczone:
$(a; b)$	otwarty
$\langle a; b);\ [a; b)$	lewostronnie domknięte
$(a; b\rangle;\ (a; b]$	prawostronnie domknięte
$\langle a; b\rangle;\ [a; b]$	domknięte

SYMBOL	ZNACZENIE
	przedziały nieograniczone:
$(a;+\infty);\ (-\infty;b)$	otwarte
$\langle a;+\infty);\ [a;+\infty)$	lewostronnie domknięte
$(-\infty;\mathrm{b}\rangle;\ (-\infty;\mathrm{b}]$	prawostronnie domknięte
$(-\infty;\ +\infty)$	zbiór liczb rzeczywistych ***R***;
e	liczba ***e***; podstawa logarytmu naturalnego; liczba Nepera
π	liczba pi; ludolfina
$\sup A$	kres górny zbioru ***A***; supremum ***A***
$\inf A$	kres dolny zbioru ***A***; infimum ***A***
$c \parallel d$	prosta ***c*** jest równoległa do prostej ***d***
$c \nparallel d$	prosta ***c*** nie jest równoległa do prostej ***d***
$r \perp p$	prosta ***r*** jest prostopadła do prostej ***p***
$MB^{\rightarrow}$	półprosta o początku w punkcie ***M*** przechodząca przez punkt ***B***
$pr.MB$	prosta ***MB***; prosta przechodząca przez punkty ***M*** i ***B***
$AB;\ \overline{AB}$	odcinek ***AB***; odcinek o końcach ***A*** i ***B***
$\lvert AB\rvert$	długość odcinka ***AB***; odległość punktów ***A*** i ***B***
$\sphericalangle O$	kąt o wierzchołku ***0***
$\lvert\sphericalangle O\rvert$	miara kąta o wierzchołku ***0***
$\sphericalangle AOB$	kąt ***A0B***; kąt o wierzchołku ***0*** i ramionach $0A^{\rightarrow}$ i $0B^{\rightarrow}$
$\llcorner$	kąt prosty
$\lvert\sphericalangle AOB\rvert$	miara kąta ***A0B***
$\sphericalangle\ \alpha$	kąt alfa

MEGAMATMA®

SYMBOL	ZNACZENIE
$\alpha;\ \lvert\sphericalangle\,\alpha\rvert$	miara kąta alfa
$\triangle\,ABC$	trójkąt o wierzchołkach ***A, B, C***
h	wysokość; długość wysokości
r	promień; długość promienia
$\sphericalangle AOB;\ \sphericalangle\,\alpha$	**KĄT SKIEROWANY (ZORIENTOWANY)** kąt skierowany dodatnio  kąt skierowany ujemnie 
I	przekształcenie tożsamościowe
T^{-1}	przekształcenie odwrotne do przekształcenia ***T***; funkcja odwrotna do funkcji ***T***
S_k	symetria osiowa względem prostej ***k***
S_O	symetria środkowa względem punktu ***0***
S_Q	symetria płaszczyznowa względem płaszczyzny ***Q***
$T_{\vec{a}}$	przesunięcie równoległe o wektor $\vec{a}$; translacja o wektor $\vec{a}$
O_A^{α}	obrót dookoła punktu ***A*** o kąt skierowany $\sphericalangle\,\alpha$
J_A^k	jednokładność o środku w punkcie ***A*** i skali ***k***
$F \equiv F'$	figura ***F*** *jest* przystająca do figury ***F'***
$F \sim F'$	figura ***F*** jest podobna do figury ***F'***; zbiór ***F*** jest równoliczny ze zbiorem ***F'***
$O(S,\ r);\ \ o(S,r)$	okrąg o środku w punkcie ***S*** i promieniu ***r***
$K(O,\ r);\ \ k(O,r)$	koło o środku w punkcie ***0*** i promieniu ***r***
$\vec{a}$	wektor swobodny $\vec{a}$
$\lvert\vec{a}\rvert$	długość wektora $\vec{a}$

MEGAMATMA®